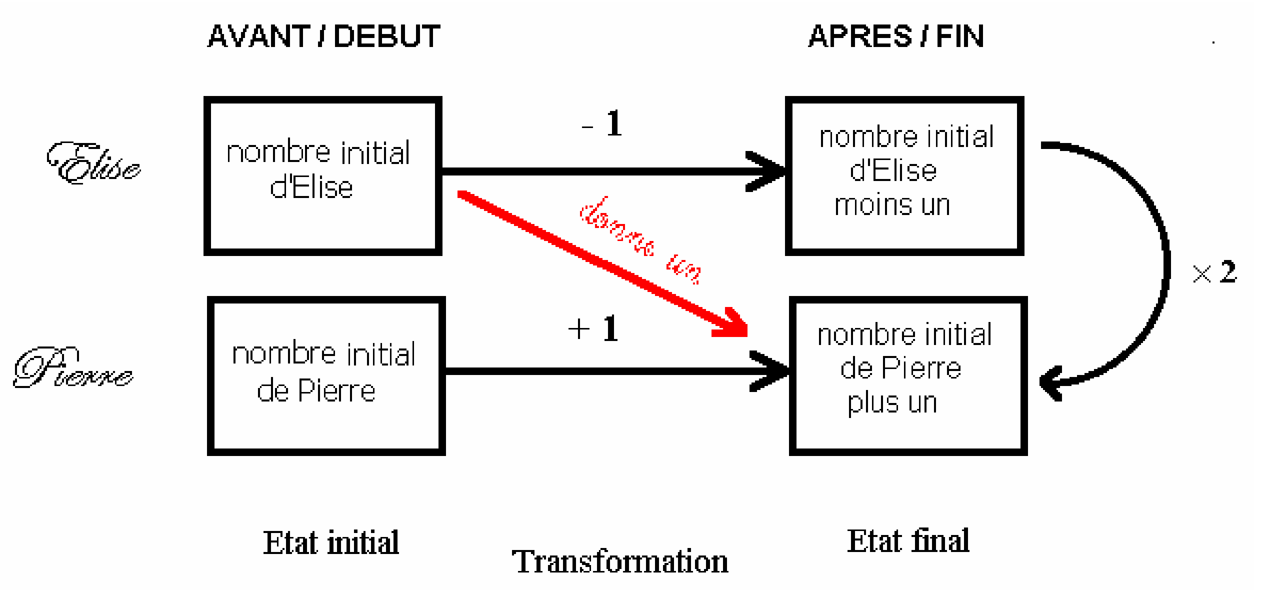
ARNAQUE AUX BONBONS ?...

> Pierre dit à Élise : « Ma brosse à dents est rouge et je me brosse les dents 2 fois par jour. Donne-moi un de tes bonbons, comme cela j'en aurai le double de toi. » Élise, en souriant, répond : « Donne-moi un des tiens et nous en aurons alors le même nombre. Ma brosse à dents est verte et je me brosse les dents après chaque repas. »
> Combien de bonbons ont-ils chacun ?...

Vous l'aurez compris, il y a des données surnuméraires (en plus) dans cet énoncé : les brosses à dents ! (allez deviner pourquoi…)

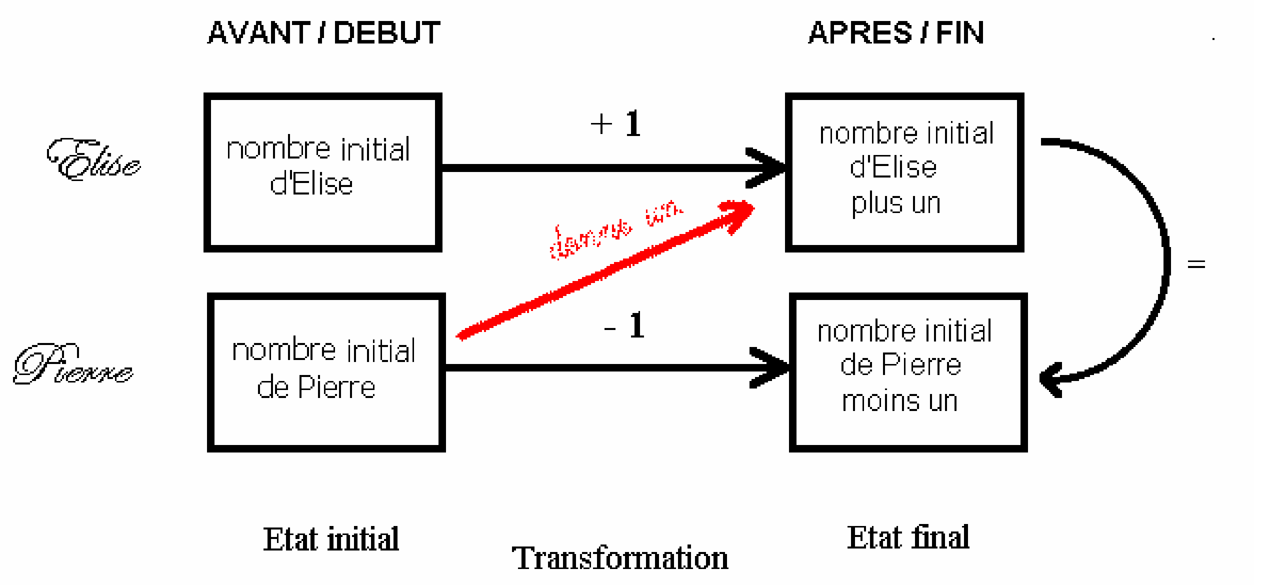
Tout d'abord, illustrons les 2 situations de cet énoncé à l'aide (*à l'aide, à l'aide… enfin, ça dépend pour qui !…*) de schémas de sériation spatio-temporelle[1].

1ère situation :



(ici, la transformation est : Elise donne un bonbon à Pierre)

2nde situation :



(ici, la transformation est : Pierre donne un bonbon à Elise)

[1] Cf. l'atelier *Gestion Mentale et créativité pédagogique* d'Armelle Géninet, in les actes du Colloque de Paris de 1998, et les différents ouvrages du même auteur, notamment *La Gestion Mentale en mathématiques, Mathématiques 6ème*...

Comme dans tous les problèmes, il y a plusieurs façons de procéder (*et ce même si notre éducation ou nos habitudes mentales nous incitent à utiliser de préférence une façon, voire exclusivement*).

Regroupons ces procédés dans 2 grandes familles : "en suivant le fil de la discussion" et "en ayant tout ensemble sous les yeux" (yeux mentaux bien sûr ☺).

Évidemment, nous avons été obligé de choisir quelques exemples parmi toutes les façons de faire qui peuvent se retrouver dans ces 2 grandes familles.

Nous comptons (*un, deux, c'est des maths oui ou non ?…☺*) sur vous pour nous dire si vous vous sentez plus proche d'une famille de procédés ou d'une autre, ou bien d'un exemple ou d'un autre. Racontez-nous (même avec des schémas !) comment vous faites : nous attendons de lire les vôtres !

1ère situation : Élise donne un bonbon à Pierre, du coup, elle se retrouve avec un bonbon de moins et Pierre avec deux fois plus de bonbons qu'Élise.

Côté chiffre, cela donne : deux fois (le nombre initial d'Élise moins un) est égal au (nombre initial de Pierre plus un).

Soit, deux fois le nombre initial d'Élise moins deux égale le nombre initial de Pierre plus un.

En ajoutant deux à chacun, l'égalité est conservée. Pardon, je m'explique. Venons voir Pierre et Élise avec un paquet de bonbons : donnons-en deux à Élise, elle retrouve alors le double de son nombre de départ. Comme nous en avons donné deux à Élise, nous en donnons deux également à Pierre pour que la situation reste équilibrée. Il se retrouve donc avec non pas un, mais trois bonbons en plus que ce nombre initial.

Ce qui donne : *le double du nombre initial d'Élise égale le nombre initial de Pierre plus trois*.

Voilà pour la 1ère situation.

2nde situation : Pierre donne un bonbon à Élise, ils en ont alors le même nombre. Il y avait donc 2 bonbons de différence entre Pierre et Élise. *Le nombre initial de Pierre vaut le nombre initial d'Élise plus 2*.

Du coup, *le double du nombre initial d'Élise égale le nombre initial de Pierre plus trois* devient *le double du nombre initial d'Élise égale (le nombre initial d'Élise plus deux) plus trois* c'est-à-dire, *plus cinq*.

Si le double d'un nombre est égal à ce nombre plus cinq, ce nombre est 5 !

Élise a 5 bonbons, et Pierre, deux de plus, 7 !

Vous préférez une discussion davantage empreinte de signes mathématiques ?...

Soit ! Appelons x le nombre initial de bonbons de Pierre et y le nombre initial de bonbons d'Élise.

Élise donne un bonbon à Pierre (x+1), elle se retrouve donc avec (y-1), et Pierre en a le double. Il vient :

$$x + 1 = 2\,(y-1)$$

Par ailleurs, si Pierre donne un bonbon à Élise, ils auront chacun le même nombre de bonbons.

Les: $x - 1 = y + 1$

Vous l'aurez compris, les choses s'écrivent plus rapidement en maths !

L'écriture mathématique, c'est du condensé, ça fait gagner du temps !

C'est d'ailleurs le problème pour certains : les choses vont tellement vite avec l'écriture mathématique qu'ils n'y ont vu… que du feu !

Les mathématiciens diraient que nous pouvons établir un système de deux équations à deux inconnues…

En clair, mettons les deux équations ensemble :

$$\begin{cases} x + 1 = 2(y - 1) & \text{équation ①} \\ x - 1 = y + 1 & \text{équation ②} \end{cases}$$

LE PROBLÈME DU DOUBLE

Si on vous dit A est le double de B, cela s'écrit A = 2 B ou bien 2 A = B ?...

Il y a plusieurs façons de trouver la bonne réponse. En attendant de lire celles que vous nous aurez envoyées, en voici une. Elle consiste à partir d'une situation connue : par exemple, je sais que 6 est le double de 3. Comme A est le double de B, j'identifie A avec 6 [A = 6 si vous préférez] et B avec 3 [B = 3].

Comme : $6 = 2 \times 3$,

alors $A = 2 \times B$.

C'est donc la relation A = 2 B qui traduit A est le double de B.

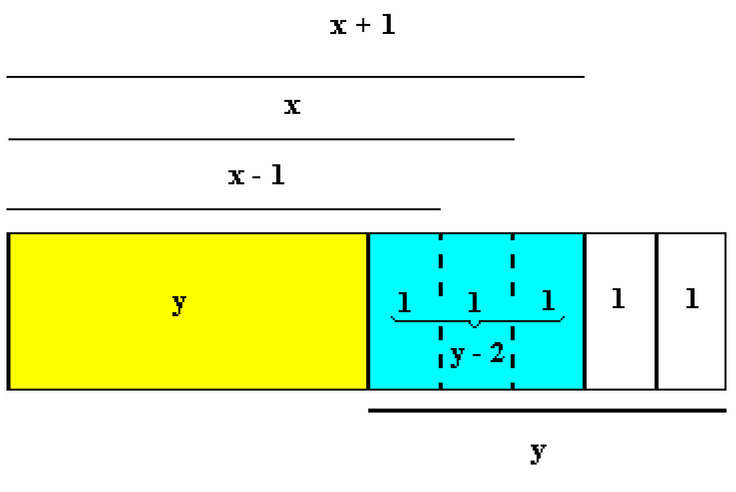
Ce "problème du double" fait partie d'une catégorie plus vaste de problèmes : les problèmes d'attribution, où la préposition "de" est source de prudence.

Et en résolvant ce système, nous trouvons x = 7 et y = 5.

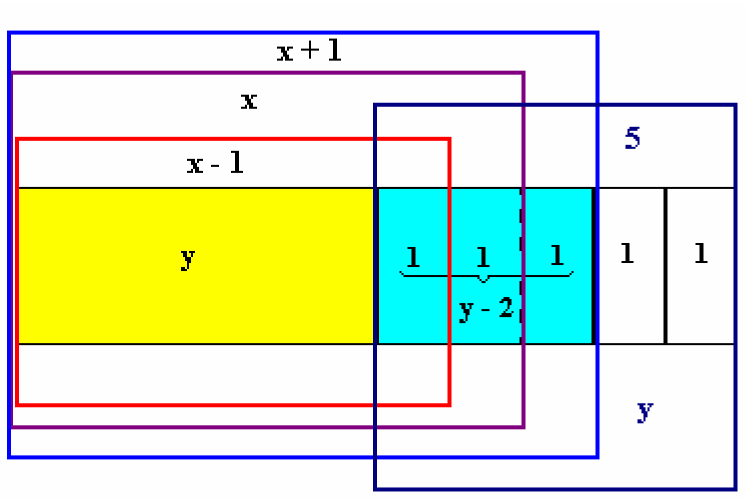
Voici une façon de faire, par substitution :
dans ②, $y = x - 2$,
donc ① devient $x + 1 = 2(x-3)$
soit $x + 1 = 2x - 6$,
d'où $6 + 1 = 2x - x$
soit $x = 7$
Ou, si nous reprenons le fil de la discussion d'avant les équation :
1ère situation : $x + 3 = 2y$
2nde situation : $x = y + 2$
d'où : $y + 5 = 2y$

Passons à l'autre famille…

Et si nous imagions ce problème ?...
(pour davantage de commodités, nous avons repris x nombre de bonbons de Pierre, y celui d'Élise)



ou encore mieux :



Nous pourrions faire un schéma avec des calques pour permettre de mettre des choses dans le même espace… mais cela nous était techniquement impossible pour ce numéro ☹
Ah, tant pis, vous le ferez dans votre tête !... ou tout du moins vous essayerez… ☺
Comme disait La Fontaine : *rien ne sert de courir, il faut évoquer à point ;-)*
Ah bon, vous êtes sûr qu'il n'a pas dit ça ?...

F.C. Rava-Reny